

TEMA 2.- CAMPO GRAVITATORIO I.



2.0.- La Tierra en el Universo.

2.0.1. Modelos del Universo.

Modelo de Aristóteles:

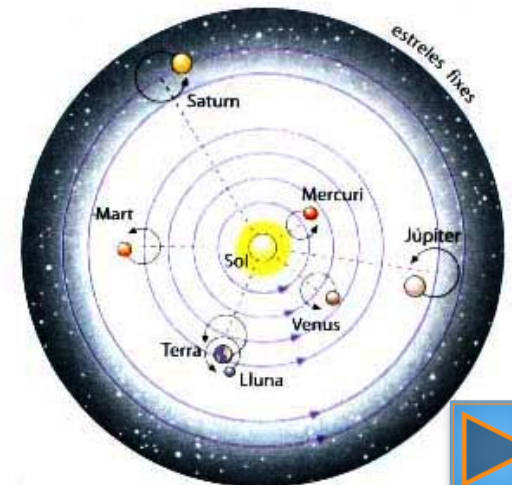
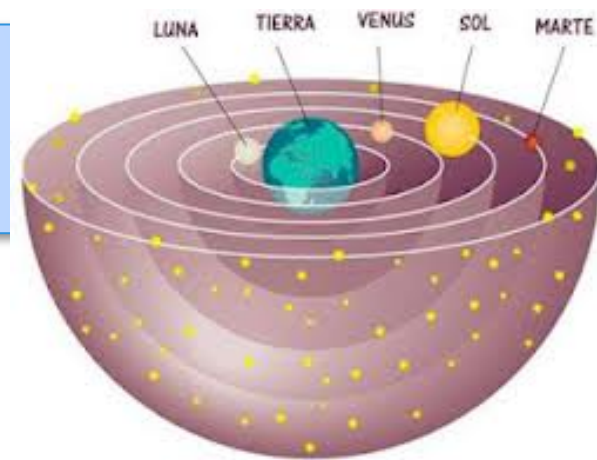
- Propone un modelo geocéntrico, con la Tierra en el centro del Universo, el Sol, la Luna y demás planetas describiendo un MCU, y las estrellas fijas en la bóveda celeste.

Modelo de Ptolomeo:

- Mantiene el modelo geocéntrico de Aristóteles e introduce la idea de epiciclo.

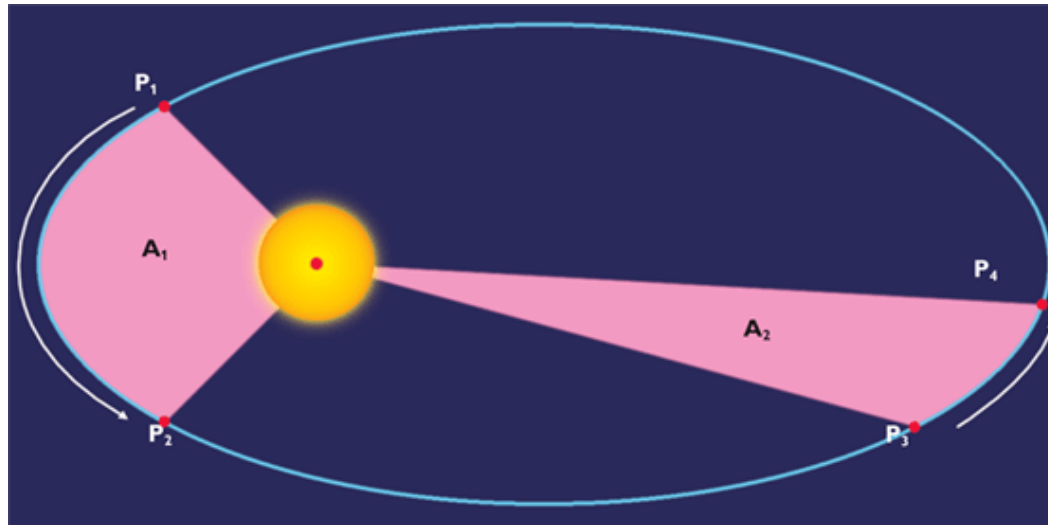
Modelo de Copérnico:

- Primero en proponer un modelo Heliocéntrico.
- Mantiene la idea de MCU con epiciclos



✚ Modelo de Kepler: modelo experimental basado en los datos recogidos en colaboración con el astrónomo Tycho Brahe. Se resume en tres leyes de Kepler:

- 1ª Ley: Todos los planetas describen órbitas elípticas con el Sol situado en uno de sus focos.



- 2ª Ley: el radiovector que une el Sol con los planetas barre áreas iguales en tiempos iguales.
- 3ª Ley: El cuadrado del periodo del movimiento es proporcional al cubo del radio medio de la órbita.

$$T^2 = cteR^3$$



2.1.- Ley de la Gravitación Universal de Newton.

- ✚ La fuerza F con la que se atraen dos cuerpos de masas m_1 y m_2 es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia “ r ” que las separa.



$$\vec{F}_{1,2} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{u}_r$$



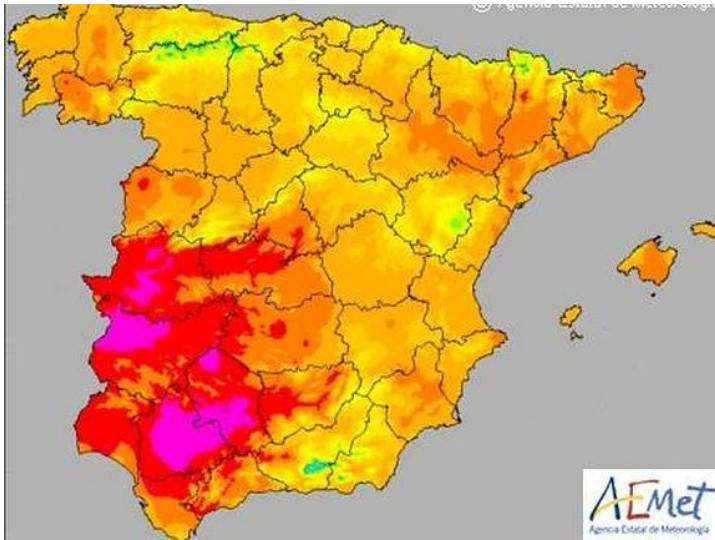
- Cte. Gravitación Universal $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ (Nm² /Kgr²).
- G : valor muy pequeño, sólo apreciable en cuerpos con mucha masa.
- G : cte. Universal (mismo valor en cualquier situación).
- u_r : F está aplicada en la dirección del cuerpo 1 al cuerpo 2.
- “-”: fuerza atractiva.
- F : fuerza ejercida a distancia.
- Se cumple el principio de acción y reacción:
- No se anulan porque están aplicadas en cuerpos distintos.

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$$

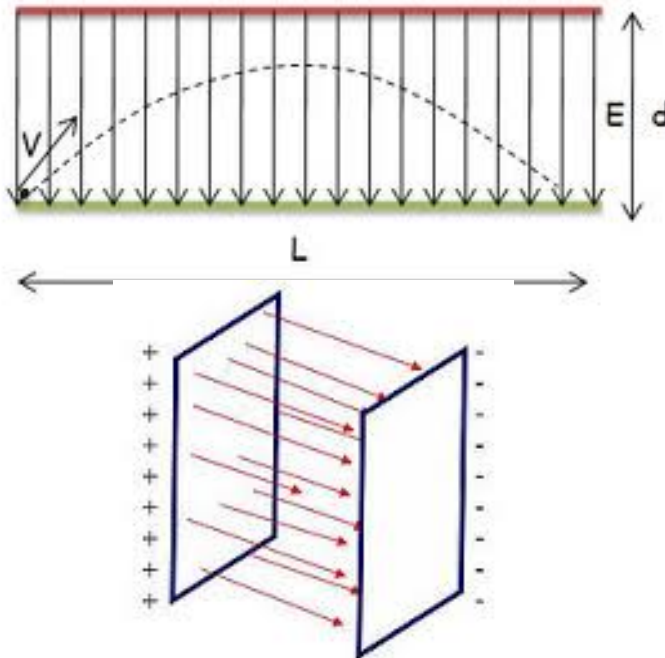
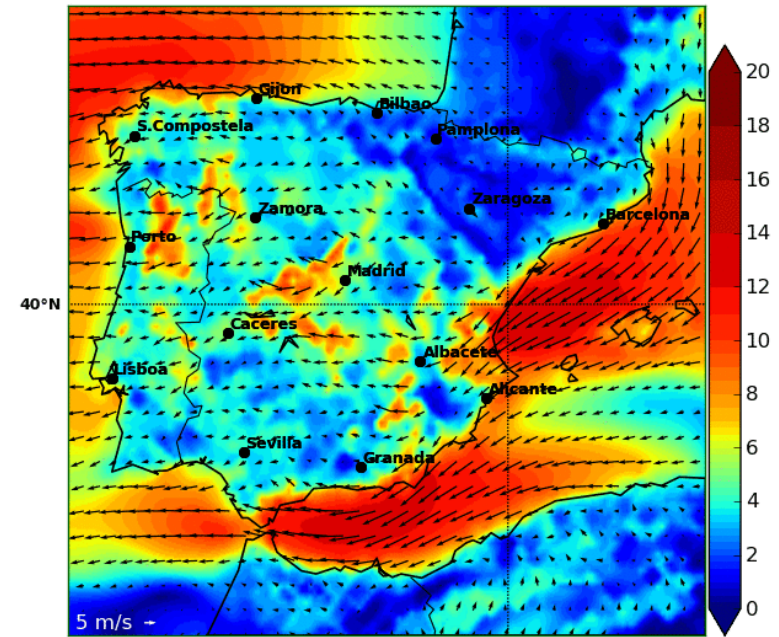
2.2.- Estudio del campo gravitatorio.

- ✚ La Ley de la Gravitación Universal introduce la idea de fuerza a distancia sin entrar a justificar cómo se produce esa interacción. Para explicar esa fuerza a distancia introducimos la idea de campo.
- ✚ Llamamos campo a una perturbación del espacio determinada por la asignación de una magnitud física a cada punto del medio.
 - Campos escalares: tienen asociada una magnitud escalar a cada punto del medio (campo de T, P).
 - Campos vectoriales: la magnitud asociada es un vector (campo de velocidades).
 - Campos uniformes: los vectores asignados tienen el mismo módulo, dirección y sentido en todos los puntos del medio.
 - Campos centrales: los vectores asignados tienen simetría radial.

Veamos algunos ejemplos:



10 Wind speed(m/s) and direction in Iberian Peninsula

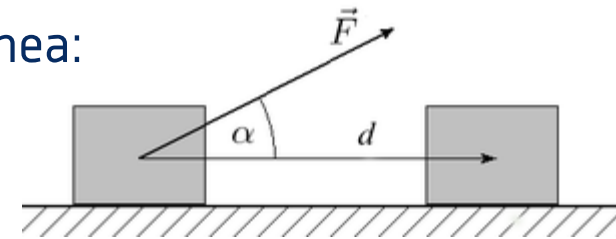


Campos conservativos. Energía potencial.

- ✚ Un **campo de fuerzas es conservativo** cuando el trabajo que realiza la fuerza no depende de la trayectoria seguida, y sólo depende del punto inicial y final.
- ✚ **Concepto de trabajo** realizado por una fuerza es el resultado de multiplicar la fuerza aplicada sobre un cuerpo por el desplazamiento que produce.

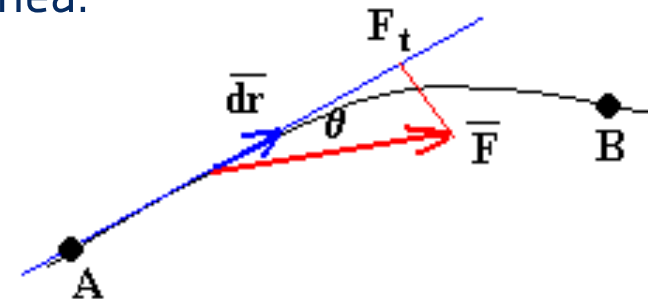
- A) Fuerza constante y trayectoria rectilínea:

$$W_{A,B} = F \cdot \Delta r \cdot \cos \theta = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$$



- B) Fuerza variable y trayectoria curvilínea:

$$W_{A,B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$$



Teorema de las fuerzas vivas.

- El trabajo realizado sobre un cuerpo produce una variación de su energía cinética:

$$W_{A,B} = \int_A^B F \cdot dr \quad \longrightarrow \quad W_{A,B} = \int_A^B ma \cdot dr \quad \longrightarrow \quad W_{A,B} = \int_A^B m \frac{dV}{dt} \cdot dr$$

$$W_{A,B} = \int_A^B m \cdot V \cdot dV \quad \longrightarrow \quad W_{A,B} = \frac{1}{2} m V^2 \Big|_A^B \quad \longrightarrow \quad W_{A,B} = \frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{1}{2} m V_A^2 = \Delta E_c$$

Energía potencial.

- El trabajo de una fuerza conservativa sólo depende del punto inicial y final. Podemos definir una función que dependa de la posición tal que:

$$W_{A,B} = \int_A^B F \cdot dr = f(A) - f(B)$$

- Esa función f se denomina energía potencial:

$$W_{A,B} = Ep(A) - Ep(B) = -\Delta Ep$$

La energía potencial:

- Término de energía asociado a fuerzas conservativas.
- Término de energía asociado a la posición.
- Diferentes expresiones matemáticas dependiendo del tipo de fuerzas conservativas.
- Tiene un origen de energías arbitrario.
- Veamos algunos ejemplos de fuerzas conservativas y E_p asociadas:

Fuerza conservativa	Energía potencial asociada
$P = mg$	$E_p = mgh$
$F = -kx$	$E_p = \frac{1}{2}kx^2$
$F = -G \frac{m_1 m_2}{r^2}$	$E_p = -G \frac{m_1 m_2}{r}$
$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$	$E_p = K \frac{q_1 q_2}{r}$

Teorema de conservación de la energía mecánica.

- ✚ Consideremos un cuerpo sometido a fuerzas conservativas:

$$W_{A,B} = Ep(A) - Ep(B) = -\Delta Ep$$

- ✚ El teorema de las fuerzas vivas.

$$W_{A,B} = Ec(B) - Ec(A) = \Delta Ec$$

- ✚ Combinando ambas expresiones:

$$W_{A,B} = Ep_A - Ep_B = Ec_B - Ec_A$$

$$Ep_A + Ec_A = Ep_B + Ec_B$$

$$Em_A = Em_B \quad \longrightarrow \quad Em = cte.$$

- ✚ En el caso en que existan fuerzas no conservativas, entonces:

$$Em \neq cte \quad \Longrightarrow \quad Em(B) = Em(A) - W_{Nocons}$$

- La existencia de fuerzas no conservativas supone siempre una pérdida de energía en el sistema (p.e. fuerza de rozamiento).

2.2.1.- Intensidad del campo gravitatorio.

- ✚ Llamamos campo gravitatorio a la perturbación que un cuerpo produce en el espacio que lo rodea por el hecho de tener masa.
- ✚ Intensidad del campo gravitatorio \vec{g} , creado por una masa m_1 es la fuerza que actúa sobre la unidad de masa en un punto del espacio.

$$\vec{g} = -G \frac{m_1}{r^2} \hat{u}_r [N / Kg]$$



$$\vec{F} = m_2 \vec{g} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{u}_r [N]$$

- Un cuerpo de masa m_2 , nota la presencia del campo gravitatorio y experimenta una fuerza gravitatoria.

2.2.3.- Energía potencial y potencial gravitatorio.

- ✚ El potencial gravitatorio V , creado por m_1 , es el trabajo realizado por el campo gravitatorio para trasladar la unidad de masa al infinito.

$$V = -G \frac{m_1}{r} [J / Kgr]$$



$$Ep = m_2 V = -G \frac{m_1 m_2}{r} [J]$$

- Un cuerpo de masa m_2 , nota la presencia del potencial gravitatorio y adquiere una energía potencial.

- ✚ El campo gravitatorio es un **campo de fuerzas conservativo** en el que el trabajo realizado al trasladar una masa m_2 viene dado por:

$$W_{A,B} = m_2(V_A - V_B) = Ep(A) - Ep(B) = -\Delta Ep$$

- ✚ **Criterio de signo para el trabajo**: consideraremos un trabajo positivo cuando ($W_{A,B} > 0$):
 - La masa se mueve libremente por acción de la fuerza de la gravedad.
 - Disminuye la energía potencial del sistema ($\Delta Ep < 0$).
 - Acerca las dos masas.

Representación del campo gravitatorio.

- ✚ **Líneas de campo**: línea tangente y del mismo sentido que el vector campo gravitatorio en cada punto del espacio.
 - La densidad de líneas de campo es proporcional a la intensidad del campo gravitatorio.
- ✚ **Superficies equipotenciales**: tienen el mismo valor del potencial gravitatorio en todos los puntos de la superficie.
 - Perpendiculares a las líneas de campo.
 - El trabajo entre dos puntos de la superficie equipotencial es nulo.

Líneas de campo y superficies equipotenciales:

- Una única masa M:
- Un sistema de dos masas:

