

TEMA 1.- MOVIMIENTOS, FUERZAS Y ENERGÍA I



1.1.- DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO: CINEMÁTICA.

- ✚ Un **Sistema de referencia**: es un punto o un conjunto de puntos respecto del cual describimos el movimiento de un cuerpo.
- ✚ Un cuerpo se encuentra **en movimiento** cuando se produce un cambio en su posición respecto de un sistema de referencia.

1.1.1.- Magnitudes cinemáticas.

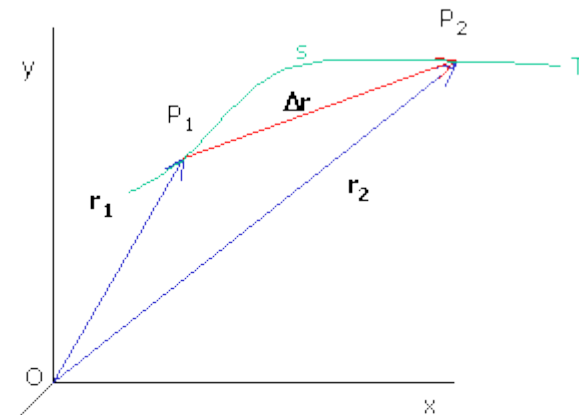
- ✚ **Vector de posición**: es un vector que marca la posición del móvil en cada instante de tiempo:

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$$

- ✚ **Vector desplazamiento**: es un vector que marca el cambio de la posición del móvil en dos instantes de tiempo:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

- ✚ **La trayectoria** es la curva descrita por los puntos por los que ha pasado el móvil: rectilínea, parabólica, circular, curva,...



✚ **Velocidad media V_m [m/s]**: es el cociente entre el cambio de la posición (vector desplazamiento) y el intervalo de tiempo transcurrido:

$$\vec{V}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\Delta t}$$

✚ **Velocidad instantánea $V(t)$ [m/s]**: es el valor de la velocidad en cada instante de tiempo. Se obtiene como la derivada del vector de posición respecto del tiempo:

$$\vec{V}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

✚ **Vector aceleración media a_m [m/s²]**: es el cociente entre el incremento de la velocidad y el intervalo de tiempo transcurrido:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{t_2 - t_1}$$

✚ **Aceleración instantánea $a(t)$ [m/s²]**: es el valor de la aceleración en cada instante de tiempo. Se obtiene como la derivada del vector velocidad instantánea respecto del tiempo:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

Componentes intrínsecas de la aceleración:

- ❖ La velocidad es un vector caracterizado por un módulo y una dirección y sentido.
- ❖ Podemos entender la aceleración como cualquier cambio que se produzca en la velocidad. Podemos definir entonces:

❖ Aceleración tangencial \vec{a}_t : es un cambio en el módulo de la velocidad. Matemáticamente se calcula como:

$$\vec{a}_t = \frac{d|\vec{V}|}{dt} \hat{u}_t$$

❖ Aceleración normal \vec{a}_n : es un cambio en la dirección la velocidad. Matemáticamente se calcula como:

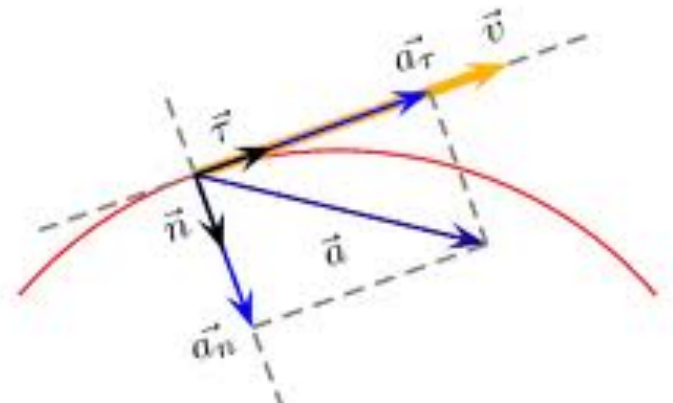
$$\vec{a}_n = \frac{V^2}{R} \hat{u}_n$$

❖ Tenemos entonces que:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$



$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

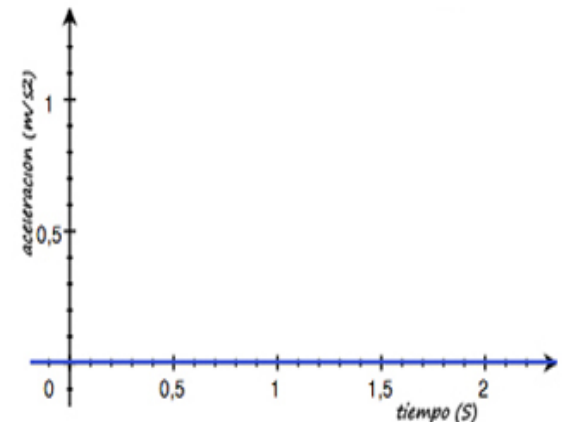
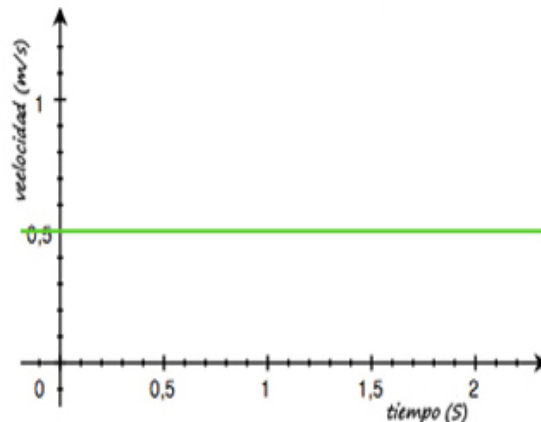
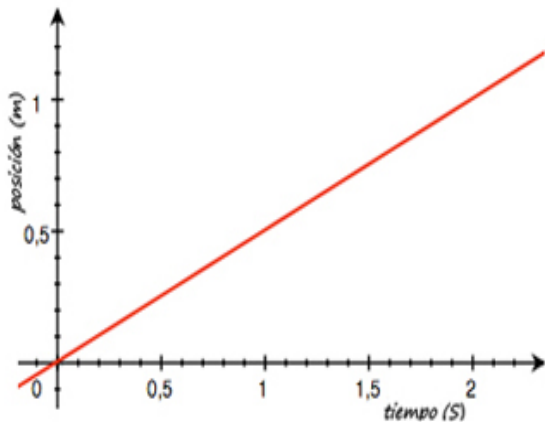


1.1.2.- Tipos de movimientos.

Un **Movimiento Rectilíneo y Uniforme (M.R.U.)** es aquel que se realiza sobre una trayectoria rectilínea, manteniendo constante la velocidad.

Las ecuaciones del **(M.R.U.)** vienen dadas por:

Las gráficas del **(M.R.U.)** respecto del tiempo son:



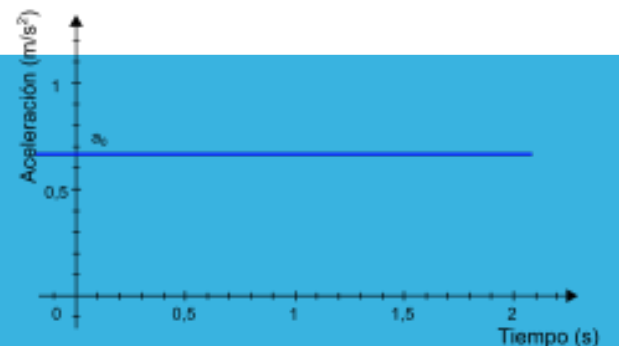
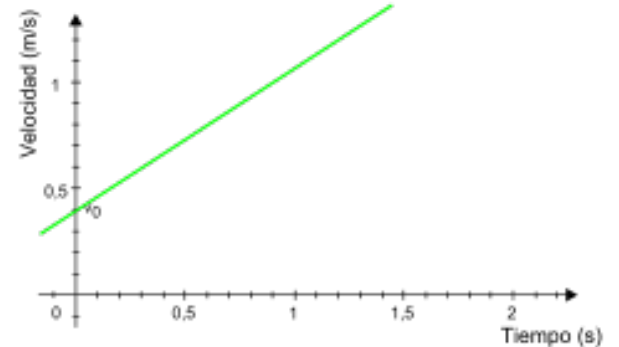
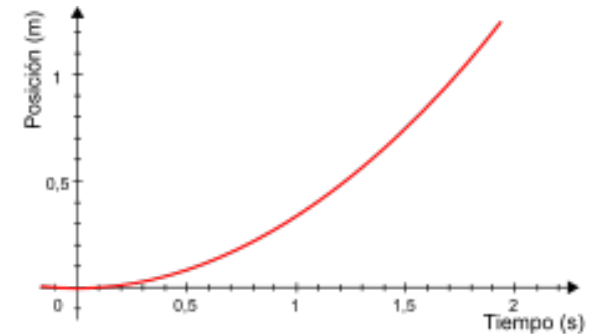
$$\begin{cases} a = 0 \\ V = V_0 = cte \\ x(t) = x_0 + V_0(t - t_0) \end{cases}$$

- ❖ Gráfica 1: la posición x aumenta de forma cte. La pendiente de la recta es el valor de V .
- ❖ Gráfica 2: el valor de V se mantiene constante en el tiempo.
- ❖ Gráfica 3: la aceleración es nula en todo instante de tiempo.

✚ Un Movimiento Rectilíneo y Uniforme Acelerado (M.R.U.A.) es aquel que se realiza sobre una trayectoria rectilínea, manteniendo constante la aceleración.

✚ Las ecuaciones del (M.R.U.A.) vienen dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = a_0 = cte \\ V(t) = V_0 + a_0(t - t_0) \\ x(t) = x_0 + V_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a_0(t - t_0)^2 \end{array} \right.$$



❖ **Gráfica 1:** la posición x aumenta de forma cuadrática en el tiempo.

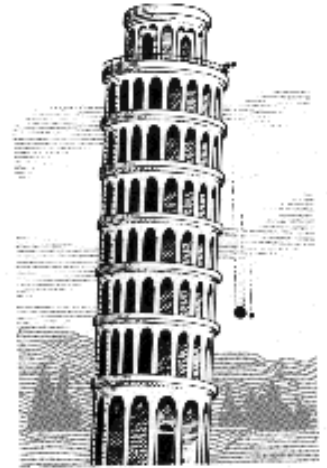
❖ **Gráfica 2:** la velocidad crece de manera lineal con el tiempo. La pendiente se mantiene constante y determina el valor de la aceleración.

❖ **Gráfica 3:** el valor de la aceleración se mantiene constante en todo el movimiento.

✚ Un **Movimiento de Caída Vertical** es un MRUA en la dirección vertical, cuya aceleración es la aceleración de la gravedad ($g = -9,8 \text{ m/s}^2$).

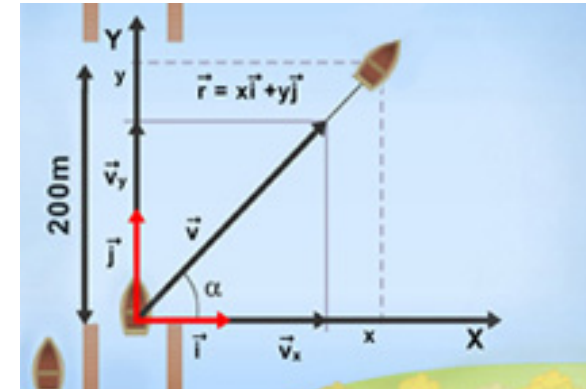
✚ Las ecuaciones del movimiento vienen dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = -g = cte \\ V(t) = V_0 - g(t - t_0) \\ y(t) = y_0 + V_0(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2 \end{array} \right.$$



✚ **Composición de dos MRU perpendiculares:** es la resultante de componer un MRU en el eje X y otro MRU en el eje Y.

✚ Las ecuaciones del movimiento son:



$$OX : \left\{ \begin{array}{l} a_x = 0 \\ V_x = V_{0x} = cte \\ x(t) = x_0 + V_{0x}(t - t_0) \end{array} \right.$$

$$OY : \left\{ \begin{array}{l} a_y = 0 \\ V_y = V_{0y} = cte \\ y(t) = y_0 + V_{0y}(t - t_0) \end{array} \right.$$

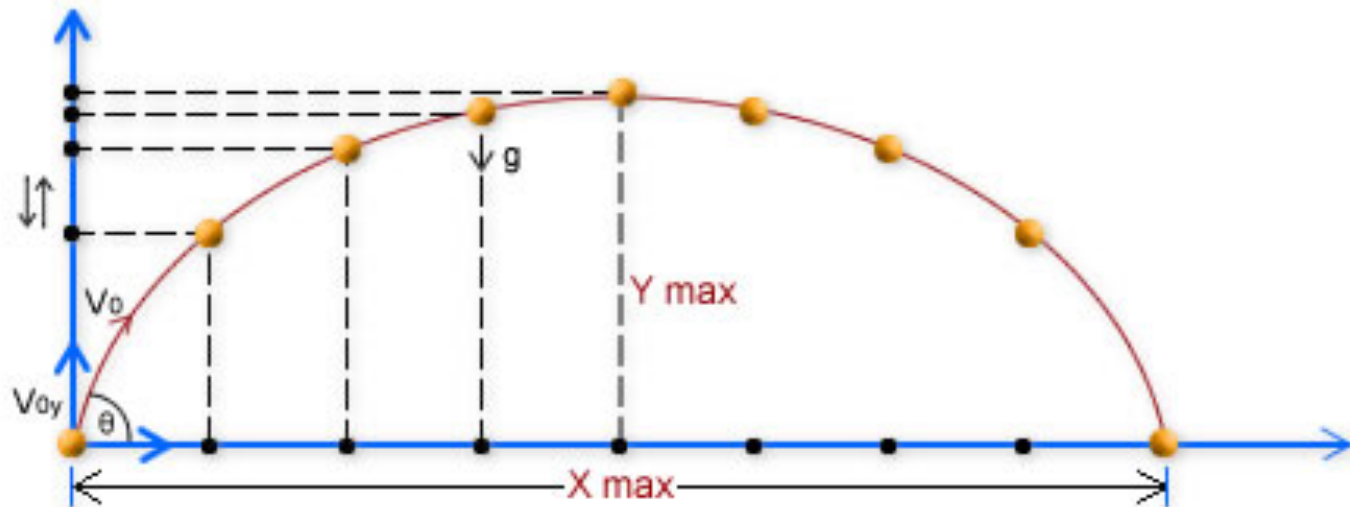
Un **Movimiento parabólico** es la composición de un MRU en el eje OX y un MRUA en el eje OY, cuya aceleración es la aceleración de la gravedad.

Las ecuaciones del movimiento vienen dadas por:

$$OX : \begin{cases} a_x = 0 \\ V_x = V_{0x} = cte \\ x(t) = x_0 + V_{0x}(t - t_0) \end{cases}$$

$$OY : \begin{cases} a = -g \\ V_y(t) = V_{0y} - g(t - t_0) \\ y(t) = y_0 + V_{0y}(t - t_0) - \frac{1}{2}g(t - t_0)^2 \end{cases}$$

La composición de estos dos movimientos produce un tiro parabólico:



La altura máxima:

$$V_y(t) = 0 \rightarrow t_1 \rightarrow y(t_1) = y_{\max.}$$

El alcance máximo:

$$y(t) = 0 \rightarrow t_2 \rightarrow x(t_2) = x_{\max.}$$

✚ Un movimiento circular es aquel cuya trayectoria es una circunferencia.

✚ Para su estudio definimos las magnitudes angulares:

➤ Ángulo barrido θ [rad]: marca la posición del móvil en cada instante de tiempo.

➤ Velocidad angular media ω [rad/s]: es el cociente entre el ángulo barrido y el tiempo transcurrido.

$$\vec{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} \hat{k}$$

➤ Velocidad angular instantánea $\omega(t)$ [rad/s]: es la velocidad angular en cada instante de tiempo:

$$\vec{\omega}(t) = \frac{d\theta}{dt} \hat{k}$$

➤ Aceleración angular media α [rad/s²]: es el cociente entre el incremento de la velocidad angular y el tiempo transcurrido.

$$\vec{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} \hat{k}$$

➤ Aceleración angular instantánea $\alpha(t)$ [rad/s²]: es la velocidad angular en cada instante de tiempo:

$$\vec{\alpha}(t) = \frac{d\omega}{dt} \hat{k}$$

✚ Un **Movimiento Circular y Uniforme (M.C.U.)** es aquel que se realiza sobre una trayectoria circular, manteniendo constante la velocidad angular.

✚ Las ecuaciones del **(M.C.U.)** vienen dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 0 \\ \varpi = \varpi_0 = cte \\ \theta(t) = \theta_0 + \varpi_0(t - t_0) \end{array} \right.$$

✚ Un **Movimiento Circular y Uniforme Acelerado (M.C.U.A.)** es el que se realiza sobre una trayectoria circular, manteniendo constante la aceleración angular:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = cte \\ \varpi(t) = \varpi_0 + \alpha(t - t_0) \\ \theta(t) = \theta_0 + \varpi_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2 \end{array} \right.$$

✚ La relación entre las magnitudes lineales y angulares es:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta s = R \cdot \Delta \theta \\ V = R \cdot \varpi \\ a = R \cdot \alpha \end{array} \right.$$

